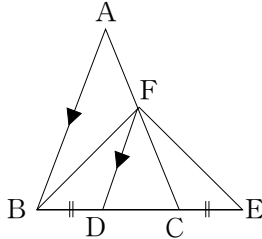


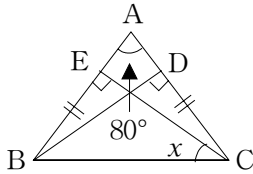
상급문제

작성자 : 장지경

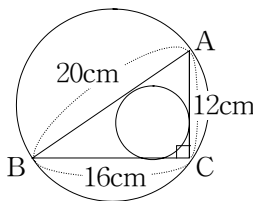
1. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. $\overline{BD} = \overline{CE}$ 이고, $\overline{AB} \parallel \overline{FD}$ 일 때, $\triangle FBE$ 도 이등변삼각형임을 증명하여라.



2. 다음 그림과 같이 $\angle A = 80^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 의 두 점 B, C에서 $\overline{AC}$, $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하자. $\overline{BE} = \overline{CD}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

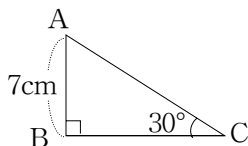


3. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형이고 $\overline{AB} = 20\text{cm}$, $\overline{BC} = 16\text{cm}$, $\overline{CA} = 12\text{cm}$ 이다. $\triangle ABC$ 의 내접원과 외접원의 반지름의 길이의 합은?

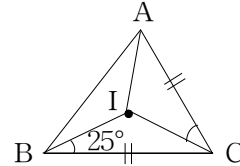


- ① 14 cm ② 15 cm ③ 16 cm
④ 17 cm ⑤ 18 cm

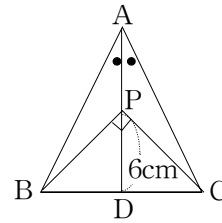
4. 다음 그림은 $\angle C = 30^\circ$ 인 직각삼각형이다. $\overline{AB} = 7\text{cm}$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



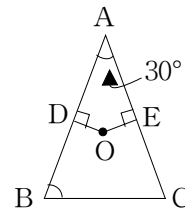
5. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이고, 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle IBC = 25^\circ$ 일 때, $\angle ICA$ 의 크기를 구하여라.



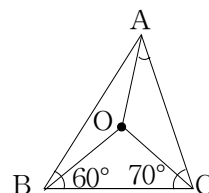
6. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선 $\overline{AD}$ 위에 $\overline{PD} = 6\text{cm}$ 인 점 P를 잡았다. $\angle BPC = 90^\circ$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



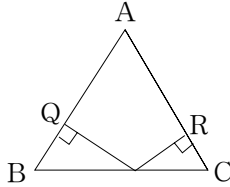
7. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 D, E는 점 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발이다. $\overline{OD} = \overline{OE}$ 이고 $\angle A = 30^\circ$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.



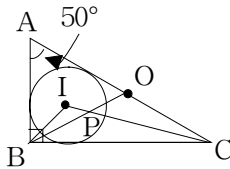
8. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 70^\circ$ 일 때, $\angle OAC$ 의 크기를 구하여라.



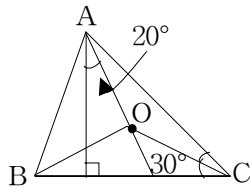
9. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에 밑변 BC 위의 점 P 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q , R 라 하자. $\overline{PQ} = 8\text{cm}$, $\overline{PR} = 5\text{cm}$ 일 때, 점 C 에서 $\overline{AB}$ 에 이르는 거리를 구하여라.



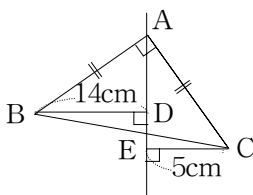
10. 다음 그림은 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다. 점 I , O 는 각각 $\triangle ABC$ 의 내심, 외심이고 $\angle A = 50^\circ$ 일 때, $\angle BPC$ 의 크기를 구하여라.



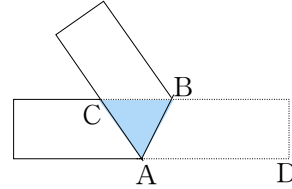
11. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, $\angle OCB = 30^\circ$, $\angle OAH = 20^\circ$ 이다. $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\angle OCA$ 의 크기를 구하여라.



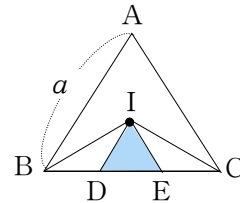
12. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 의 두 점 B , C 에서 A 를 지나는 직선에 내린 수선의 발을 각각 D , E 라 하고 $\overline{BD} = 14\text{cm}$, $\overline{CE} = 9\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



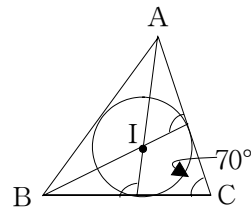
13. 다음 그림과 같이 직사각형의 모양의 종이테이프를 접었을 때, 겹쳐진 부분의 $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인가?



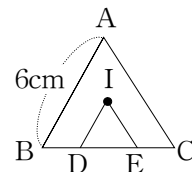
14. 다음 그림에서 점 I 는 한 변의 길이가 a 인 정삼각형 ABC 의 내심이고, $\overline{AB} \parallel \overline{ID}$, $\overline{AC} \parallel \overline{IE}$ 이다. 이 때, $\triangle IDE$ 의 둘레의 길이를 a 로 나타내어라.



15. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 I 는 내심이고 $\angle C = 70^\circ$ 이다. $\overline{AI}$, $\overline{BI}$ 의 연장선이 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 각각 D , E 라 할 때, $\angle IDB + \angle IEA$ 의 크기를 구하여라.

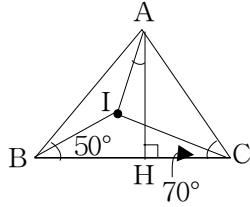


16. 다음 그림에서 점 I 는 정삼각형 ABC 의 내심이다. $\overline{AB} \parallel \overline{ID}$, $\overline{AC} \parallel \overline{IE}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라. (단, $\overline{AB} = 6\text{cm}$)



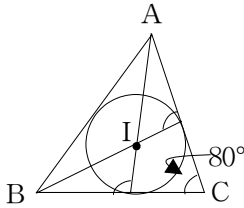
17. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다.

$\angle B = 50^\circ$, $\angle C = 70^\circ$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\angle IAH$ 의 크기는?

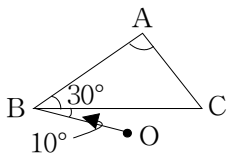


- ① 5° ② 10° ③ 15°
 ④ 20° ⑤ 25°

18. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 점 I는 내심이고 $\angle C = 80^\circ$ 이다. $\overline{AI}$, $\overline{BI}$ 의 연장선이 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 각각 D, E라 할 때, $\angle ADB + \angle AEB$ 의 크기를 구하여라.

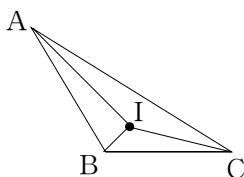


19. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
 $\angle ABC = 30^\circ$, $\angle OBC = 10^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기는?

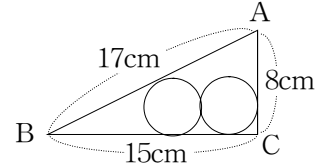


- ① 97° ② 100° ③ 103°
 ④ 106° ⑤ 109°

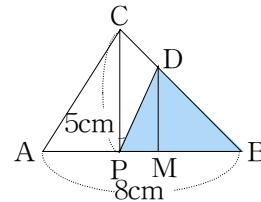
20. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 내심을 I라 하고, $\angle AIB : \angle BIC : \angle AIC = 5 : 6 : 7$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기를 구하여라.



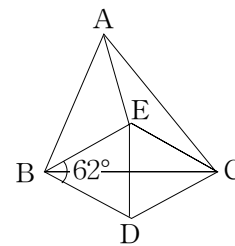
21. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이고 반지름의 길이가 같은 두 원이 내접한다.
 $\overline{AB} = 17\text{cm}$, $\overline{BC} = 15\text{cm}$, $\overline{CA} = 8\text{cm}$ 일 때, 원의 반지름의 길이를 구하여라.



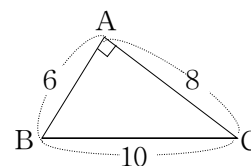
22. 다음 그림의 $\triangle ABCD$ 에서 변 AB의 중점을 M이라 한다. 점 C에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 P라 하고, $\overline{BC}$ 위의 점 D가 $\overline{PC} \parallel \overline{MD}$ 를 만족시킬 때, $\triangle BDP$ 의 넓이를 구하여라.



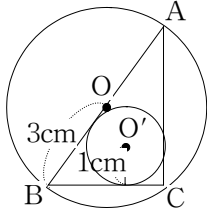
23. 다음 그림과 같이 정삼각형 ABC와 정삼각형 CDE가 있다. $\angle EBD = 62^\circ$ 일 때, $\angle AEB$ 일 때, $\angle AEB$ 의 크기를 구하여라.



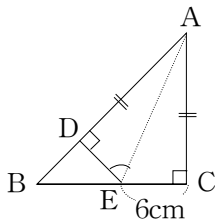
24. 다음 그림과 같은 직각삼각형에 대하여 내접원과 외접원의 반지름의 길이의 차를 구하여라.



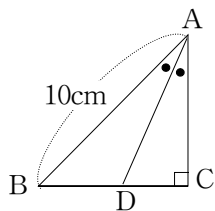
25. 다음 그림에서 변 AB 가 원 O 의 지름이고 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 외접원, 원 O' 은 $\triangle ABC$ 의 내접원이다. 두 원 O, O' 의 반지름의 길이가 각각 $3\text{cm}, 1\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



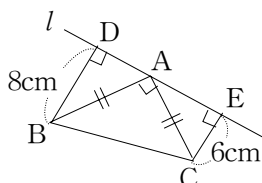
26. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형이다. 빗변 AB 위에 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 되게 점 D 를 잡고, 점 D 를 지나 $\overline{BC}$ 와의 교점을 E 라 할 때, $\overline{EC} = 6\text{cm}$ 이다. $\triangle BDE$ 의 넓이를 구하여라.



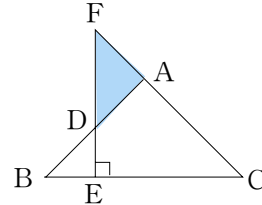
27. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\angle C = 90^\circ$ 이고, $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형이다. $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\overline{AC} + \overline{DC}$ 의 길이를 구하여라.



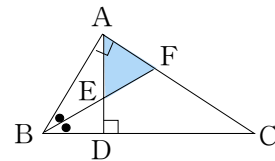
28. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 꼭지점 B, C 에서 점 A 를 지나는 직선 l 위에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



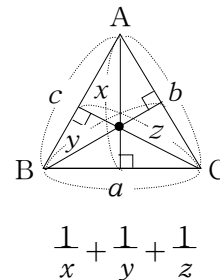
29. 다음 그림은 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 이다. 변 AB 위에 점 D 를 잡아 D 를 지나며 $\overline{BC}$ 에 수직인 직선이 변 BC , 변 CA 의 연장선과 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, $\triangle ADF$ 는 이등변삼각형임을 증명하여라.



30. 다음 그림과 같이 $\angle A$ 가 직각인 $\triangle ABC$ 의 꼭지점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하자. $\angle B$ 의 이등분선과 $\overline{AD}$, $\overline{AC}$ 와의 교점을 각각 E, F 라 할 때, $\triangle AEF$ 는 어떤 삼각형인가?

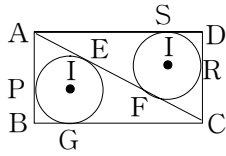


31. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 꼭지점 A, B, C 에서 각각의 대변에 내린 수선의 길이를 각각 x, y, z 라고 할 때, 다음 값을 내접원의 반지름의 길이 r 로 나타내어라.

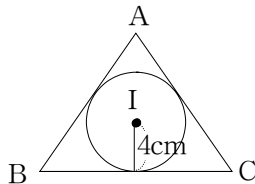


$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$$

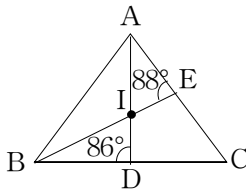
32. 다음 그림과 같은 직사각형 $ABCD$ 에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 의 내접원 I , I' 과 대각선 AC 와의 교점을 각각 E , F 라 하자. $\overline{AB}=5\text{cm}$, $\overline{BC}=12\text{cm}$, $\overline{AC}=13\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하여라.



33. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 내접원의 반지름의 길이는 4cm 이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 42cm^2 일 때, $\triangle ABC$ 의 세 변의 길이의 합을 구하여라.

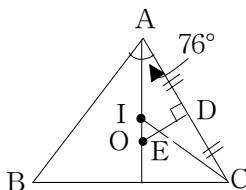


34. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle AEB = 88^\circ$, $\angle ADB = 86^\circ$ 일 때, $\angle C$ 의 크기는?



- ① 53° ② 54° ③ 55°
 ④ 56° ⑤ 57°

35. 다음 그림에서 점 O 와 I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심, 내심이다. $\angle BAC = 76^\circ$, $\overline{AD} = \overline{CD}$ 일 때, 다음 물음에 답하여라.



- (1) $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인가?
 (2) $\angle DEC$ 의 크기를 구하여라.

(해답)

1. 해설참조

[해설] $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ABC = \angle ACB \cdots \cdots \textcircled{1}$ $\overline{AB} \parallel \overline{FD}$ 이므로 $\angle ABC = \angle FDC$ (동위각) $\cdots \cdots \textcircled{2}$ $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $\angle FDC = \angle ACB$ 이므로 $\overline{FD} = \overline{FC}$ $\triangle FBD$ 와 $\triangle FEC$ 에서 $\overline{BD} = \overline{EC}, \overline{FD} = \overline{FC}, \angle BDF = \angle ECF$ $\therefore \triangle FBD \equiv \triangle FEC$ (SAS 합동) $\therefore \overline{FB} = \overline{FE}$ 따라서, $\triangle FBE$ 는 이등변삼각형이다.2. 40° [해설] $\triangle BCE$ 와 $\triangle CBD$ 에서 $\angle BEC = \angle CDB = 90^\circ$ (R), $\overline{BC}$: 공통 (H), $\overline{BE} = \overline{CD}$ (S) $\therefore \triangle BCE \equiv \triangle CBD$ (RHS 합동) $\therefore \angle CBE = \angle BCD = \frac{1}{2}(180^\circ - 80^\circ) = 50^\circ$ $\triangle BCE$ 에서 $\angle x = 90^\circ - \angle CBE = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$

3. ①

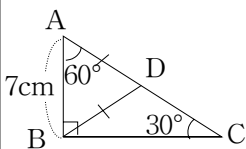
[해설] 외접원의 반지름의 길이를 R, 내접원의 반지름의 길이를 r라 하면

$$R = \frac{1}{2} \overline{AB} = 10\text{cm}$$

$$\frac{1}{2} \times r \times (20 + 16 + 12) = \frac{1}{2} \times 16 \times 12 \quad \therefore r = 4\text{cm}$$

$$\therefore R + r = 14(\text{cm})$$

4. 14 cm

[해설] $\angle A = 90^\circ - \angle C = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ 

직각삼각형 ABC의 빗변의 중점을 D라 하면 점 D는 외심이므로

$$\overline{DA} = \overline{DB} = \overline{DC}$$

따라서, $\triangle ABD$ 에서 $\angle A = 60^\circ$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 정삼각형이다.

$$\therefore \overline{DA} = \overline{DB} = \overline{AB} = 7\text{cm}$$

$$\therefore \overline{AC} = \overline{AD} + \overline{CD} = 2\overline{AD} = 2\overline{AB} = 2 \times 7 = 14(\text{cm})$$

5. 40° [해설] $\angle ICA = x$ 라면

$$\angle IBA = \angle IBC = 25^\circ, \angle BAC = \angle ABC = 50^\circ$$

$$\angle ICB = \angle ICA = x \text{이므로}$$

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ \text{에}$$

$$50^\circ + 50^\circ + 2x = 180^\circ$$

$$\therefore x = 40^\circ$$

6. 12 cm

[해설] $\triangle PBD$ 와 $\triangle PCD$ 에서 $\overline{AD}$ 는 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선이므로

$$\angle PDB = \angle PDC = 90^\circ, \overline{BD} = \overline{CD}, \overline{PD} : \text{공통}$$

$$\therefore \triangle PBD \equiv \triangle PCD$$
(SAS 합동)

따라서, $\triangle PBC$ 는 $\overline{PB} = \overline{PC}$ 인 직각이등변삼각형이므로 $\angle BPD = 45^\circ$

$$\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = \overline{PD} = 6\text{cm}$$

$$\therefore \overline{BC} = 2 \times 6 = 12(\text{cm})$$

7. 75° [해설] 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\overline{AD} = \overline{BD}, \overline{AE} = \overline{CE} \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또, $\angle ADO = \angle AEO = \angle R$, $\overline{AO}$ 는 공통,

$$\overline{OD} = \overline{OE} \text{이므로 } \triangle AOD \equiv \triangle AOE$$
(RHS 합동)

$$\therefore \overline{AD} = \overline{AE} \cdots \cdots \textcircled{2}$$

 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, 즉 $\angle B = \angle C$

$$\therefore \angle B = \frac{1}{2}(180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$$

8. 30° [해설] $\angle OAC = x$ 라 하면

$$\angle A = 180^\circ - (\angle B + \angle C) = 180^\circ - (60^\circ + 70^\circ) = 50^\circ$$

$$\angle OAB = 50^\circ - x$$

 $\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle OCA = \angle OAC = x, \angle OBC = 70^\circ - x$$

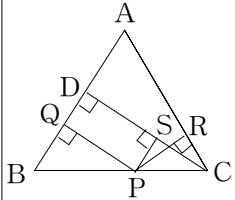
$$\angle B = \angle OBA + \angle OBC = \angle OAB + \angle OCB \text{이므로}$$

$$60^\circ = (50^\circ - x) + (70^\circ - x), 2x = 60^\circ$$

$$\therefore x = 30^\circ$$

9. 13 cm

[해설] 점 C에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 D, 점 P에서 $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 S라 하면


 $\triangle PRC$ 와 $\triangle CSP$ 에서 $\angle PRC = \angle CSP = 90^\circ$ (R)

 $\overline{PC}$: 공통 (H)

 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle B = \angle C$, $\overline{SP} \parallel \overline{AB}$ 이므로

$$\angle B = \angle CPS \text{ (동위각)}$$

$$\therefore \angle PCR = \angle CPS \text{ (A)}$$

$$\therefore \triangle PRC \equiv \triangle CSP \text{ (RHA 합동)}$$

$$\therefore \overline{PR} = \overline{CS} \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또, $\square PSDQ$ 는 직사각형이므로 $\overline{PQ} = \overline{SD} \cdots \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에서

$$\overline{CD} = \overline{CS} + \overline{SD} = \overline{PR} + \overline{PQ} = 8 + 5 = 13 \text{ (cm)}$$

10. 120° [해설] $\angle C = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$

점 I가 내심이므로 $\angle ICB = \frac{40^\circ}{2} = 20^\circ$

한편, $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle OBC = \angle OCB = 40^\circ$$

 $\triangle PBC$ 의 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$\angle BPC + \angle PBC + \angle BCP = 180^\circ$$

$$\angle BPC + 40^\circ + 20^\circ = 180^\circ \quad \therefore \angle BPC = 120^\circ$$

11. 20° [해설] $\angle OCA = x$ 라 하면

$$\angle OAC = \angle OCA = x$$

 $\triangle AHD$ 에서 $\triangle ADC$ 의 외각이므로

$$\angle ADH = \angle OAC + \angle ACD = x + (x + 30^\circ)$$

$$2x + 30^\circ = 70^\circ \quad \therefore x = 20^\circ$$

12. 5 cm

[해설] $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACE$ 에서

$$\overline{AB} = \overline{AC}, \angle ABD = \angle CAE, \angle ADB = \angle AEC = 90^\circ$$

$$\therefore \triangle ABD \equiv \triangle ACE \text{ (RHA 합동)}$$

$$\therefore \overline{AD} = \overline{EC} = 9 \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{AE} = \overline{BD} = 14 \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{DE} = \overline{AE} - \overline{AD} = 14 - 9 = 5 \text{ (cm)}$$

13. 이등변삼각형

[해설] $\overline{AB}$ 를 접는 선으로 하여 접었으므로

$$\angle CAB = \angle BAD$$

$$\overline{BC} \parallel \overline{AD} \text{이므로 } \angle CBA = \angle BAD \text{ (엇각)}$$

$$\therefore \angle CAB = \angle CBA$$

따라서, 두 내각의 크기가 같으므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

14. a

[해설] 점 I가 정삼각형 ABC의 내심이므로

$$\angle ABI = \angle IBD = \angle ACI = \angle ICE = 30^\circ$$

$$\overline{AB} \parallel \overline{ID} \text{이므로 } \angle ABI = \angle BID = 30^\circ$$

$$\therefore \overline{DB} = \overline{DI} \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\overline{AC} \parallel \overline{IE} \text{이므로 } \angle ACI = \angle CIE = 30^\circ$$

$$\therefore \overline{EC} = \overline{EI} \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\angle IDE = \angle ABD \text{ (동위각)} = 60^\circ$$

$$\angle IED = \angle ACE \text{ (동위각)} = 60^\circ$$

따라서, $\triangle IDE$ 는 정삼각형이므로

$$\overline{ID} = \overline{DE} = \overline{EI} \cdots \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3} \text{에서 } \overline{BD} = \overline{DE} = \overline{EC} = \frac{1}{3} a$$

$$\therefore (\triangle IDE \text{의 둘레의 길이}) = \overline{ID} + \overline{DE} + \overline{EI} = 3\overline{DE}$$

$$= 3 \times \frac{1}{3} a = a$$

15. 195° [해설] $\angle C = 70^\circ$ 이므로 $\angle A + \angle B = 110^\circ$

점 I가 내심이므로

$$\angle IAB + \angle IBA = \angle IAE + \angle IBD = \frac{110^\circ}{2} = 55^\circ$$

한편, $\triangle ADC$ 에서 $\angle IDB = \angle IAE + 70^\circ \cdots \cdots \textcircled{㉠}$

$$\triangle BCE \text{에서 } \angle IEA = \angle IBD + 70^\circ \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

 $\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}$ 을

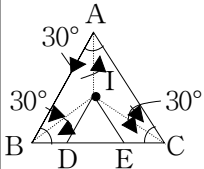
하면

$$\begin{aligned} \angle IDB + \angle IEA &= \angle IAE + \angle IBD + 140^\circ = 55^\circ + 140^\circ \\ &= 195^\circ \end{aligned}$$

16. 3 cm

[해설] 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle ABI = \angle IBD = 30^\circ$$



$$\overline{AB} \parallel \overline{ID} \text{이므로 } \angle BIC = \angle ABI = 30^\circ$$

$$\angle IDE = \angle ABC - 60^\circ$$

$$\therefore \overline{BD} = \overline{ID} \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

마찬가지로 $\overline{CE} = \overline{IE} \cdots \cdots \textcircled{㉡}$ $\angle IDE = \angle IED = \angle DIE = 60^\circ$ 이므로 $\triangle IDE$ 는 정삼각형 $\cdots \cdots \textcircled{㉢}$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}, \textcircled{㉢} \text{에서 } \overline{BD} = \overline{DE} = \overline{EC}$$

$$\therefore \overline{DE} = \frac{1}{3} \overline{BC} = \frac{1}{3} \times 6 = 2(\text{cm})$$

17. ②

$$\begin{aligned} \text{[해설]} \quad \angle A &= 180^\circ - (\angle B + \angle C) = 180^\circ - (50^\circ \\ &+ 70^\circ) = 60^\circ, \quad \angle IAC = \frac{1}{2} \angle A = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ \end{aligned}$$

한편,

 $\triangle AHC$ 에서

$$\angle HAC = 90^\circ - \angle C = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$$

$$\therefore \angle IAH = \angle IAC - \angle HAC = 30^\circ - 20^\circ = 10^\circ$$

18. 210°

[해 설]

$$\angle AIB = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle C = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 80^\circ = 120^\circ$$

$$\angle AEB + \angle DAC = 130^\circ \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\angle ADB + \angle ADC = 180^\circ \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\angle ADC + \angle DAC = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

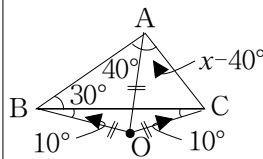
 $\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}$ 을

하면

$$\angle ADB + \angle AFB + \angle ADC + \angle DAC = 310^\circ$$

$$\therefore \angle ADB + \angle AEB = 310^\circ - 100^\circ = 210^\circ$$

19. ②

[해설] $\angle A = x$ 라 하면 $\triangle OBA$ 에서

$$\overline{OB} = \overline{OA} \text{이므로}$$

$$\angle OBA = \angle OAB = 40^\circ$$

 $\triangle OBC$ 에서

$$\overline{OB} = \overline{OC} \text{이므로}$$

$$\angle OBC = \angle OCB = 10^\circ$$

 $\triangle OAC$ 에서

$$\overline{OA} = \overline{OC} \text{이므로}$$

$$\angle OAC = \angle OCA = x - 40^\circ$$

 $\triangle ABC$ 에서

$$\begin{aligned} \angle A + \angle ABC + \angle ACB &= x + 30^\circ + (x - 40^\circ - 10^\circ) \\ &= 180^\circ \end{aligned}$$

$$\therefore x = 100^\circ$$

20. 100° [해설] $\angle AIB : \angle BIC : \angle AIC = 5 : 6 : 7$ 이므로

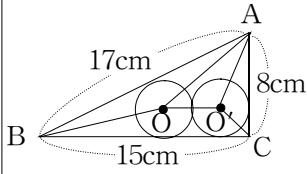
$$\angle AIC = 360^\circ \times \frac{7}{18} = 140^\circ$$

$$\angle IAC + \angle ICA = 40^\circ$$

$$\angle BCA + \angle BAC = 2(\angle ICA + \angle IAC) = 80^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - (\angle BCA + \angle BAC) = 100^\circ$$

21. $\frac{15}{7}$ cm

[해설] 두 원의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$\begin{aligned}\triangle ABC &= \triangle ABO + \square OBCO' + \triangle AO'C + \triangle AOO' \\ &= \frac{17}{2}r + \frac{1}{2}\end{aligned}$$

$$r(2r + 15) + 4r + \frac{1}{2} \times 2r(8 - r) = 28r$$

$$\text{그런데, } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 15 \times 8 = 60(\text{cm}^2)$$

$$\therefore 28r = 60, \quad r = \frac{15}{7}(\text{cm})$$

22. 10cm^2

[해설] $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 5 = 20(\text{cm}^2)$

두 점 C, M을 이르면 $\triangle DPM = \triangle CMD$

$$\triangle BDP = \triangle DPM + \triangle BDM$$

$$= \triangle CMD + \triangle BDM$$

$$= \triangle BCM = \frac{1}{2} \triangle ABC = 10(\text{cm}^2)$$

23. 122°

[해설] $\triangle AEC$ 와 $\triangle BDC$ 에서

$$\overline{AC} = \overline{BC}, \quad \overline{EC} = \overline{DC},$$

$$\angle ACE = 60^\circ - \angle BCE = \angle BCD$$

$$\therefore \triangle AEC \cong \triangle BDC (\text{SAS 합동})$$

$$\therefore \angle AEC = \angle BDC$$

$$\therefore \angle AEB = 360^\circ - (\angle AEC + \angle BEC)$$

$$= 360^\circ - (\angle BDC + \angle BEC)$$

$$= 360^\circ - \{(\angle BDE + 60^\circ) + (\angle BED + 60^\circ)\}$$

$$= 360^\circ - \{120^\circ + (\angle BDE + \angle BED)\}$$

$$= 360^\circ - \{120^\circ + (180^\circ - \angle EBD)\}$$

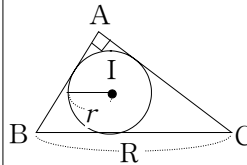
$$= 360^\circ - \{120^\circ + (180^\circ - 62^\circ)\} = 122^\circ$$

24. 3

[해설] 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이고 외심으

로부터 세 꼭지점에 이르는 거리가 반지름의 길이이므로 외접원의 반지름 R 는

$$R = \frac{10}{2} = 5$$

직각삼각형의 내접원의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$\triangle ABC = \triangle IAB + \triangle IBC + \triangle ICA \text{ 이므로}$$

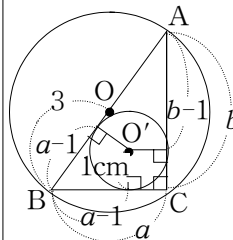
$$\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2} \times 6 \times r + \frac{1}{2} \times 10 \times r + \frac{1}{2} \times 8 \times r,$$

$$24 = 12r$$

$$\therefore r = 2$$

$$\therefore R - r = 5 - 2 = 3$$

25. 7cm^2

[해설] 외심이 $\overline{AB}$ 의 중점이므로 $\angle C = 90^\circ$ 이고 $\square O'ECF$ 는 정사각형이다. $\triangle ABC$ 와 내접원 O' 과의 각 접점을 D, E, F라고 하고,

$$\overline{BC} = a \text{라 하면 } \overline{BE} = \overline{BD} = a - 1$$

$$\overline{AC} = b \text{라 하면 } \overline{AD} = \overline{AF} = b - 1$$

$$\overline{AB} = 6 \text{에서 } a - 1 + b - 1 = 6 \quad \therefore a + b = 8$$

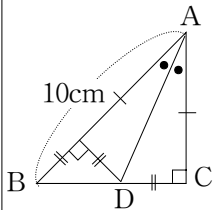
$$\triangle ABC = \triangle O'AB + \triangle O'BC + \triangle O'CA$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 1 + \frac{1}{2} \times a \times 1 + \frac{1}{2} \times b \times 1$$

$$= 3 + \frac{1}{2}(a + b) = 3 + 4 = 7(\text{cm}^2)$$

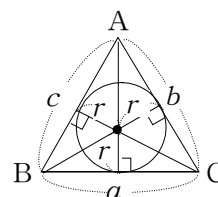
26. 18cm^2 [해설] $\overline{AC} = \overline{BC}$, $\angle A = \angle B = 45^\circ$ 또, $\triangle ADE$ 와 $\triangle ACE$ 에서 $\overline{AD} = \overline{AC}$, $\overline{AE}$: 공통 $\angle ADE = \angle ACE = \angle R$ $\therefore \triangle ADE \equiv \triangle ACE$ (RHS 합동) 이므로 $\overline{DE} = \overline{EC}$ $\angle BDE = \angle R$, $\angle DBE = 45^\circ$ 이므로 $\overline{DB} = \overline{DE}$ $\therefore \overline{DB} = \overline{DE} = \overline{EC} = 6\text{cm}$ $\therefore \triangle BDE = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18(\text{cm}^2)$ 27. 10cm

[해설] 점 D에서 빗변 AB에 내린 수선의 발을 E라 하면

 $\triangle AED$ 와 $\triangle ACD$ 에서 $\angle AED = \angle ACD = 90^\circ$ (R), $\overline{AD}$: 공통 (H), $\angle EAD = \angle CAD$ (A) $\therefore \triangle AED \equiv \triangle ACD$ (RHA 합동) $\therefore \overline{AE} = \overline{AC}$, $\overline{ED} = \overline{CD}$ 한편, $\triangle BED$ 에서 $\angle B = \angle EDB = 45^\circ$ 이므로 $\overline{EB} = \overline{ED}$ $\therefore \overline{AC} + \overline{DC} = \overline{AE} + \overline{EB} = \overline{AB} = 10(\text{cm})$ 28. 50cm^2 [해설] $\triangle BAD$ 와 $\triangle ACE$ 에서 $\angle BDA = \angle AEC = 90^\circ$ (R) $\overline{BA} = \overline{AC}$ (H) $\angle BAD + \angle DBA = 90^\circ$ 이고 $\angle BAD + \angle EAC = 90^\circ$ 이므로 $\angle DBA = \angle EAC$ (A) $\therefore \triangle BAD \equiv \triangle ACE$ (RHA 합동) $\overline{DA} = \overline{EC} = 6\text{cm}$, $\overline{AE} = \overline{BD} = 8\text{cm}$ $\therefore \overline{DE} = \overline{DA} + \overline{AE} = 6 + 8 = 14(\text{cm})$

$$\begin{aligned} \triangle ABC &= \square BCED - \triangle BAD - \triangle ACE = \left\{ \frac{1}{2} \times (8+6) \right. \\ &\times 14 \left. \right\} - \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 8 \right) - \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 8 \right) = 50(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

29. 해설참조

[해설] $\triangle DBE$ 에서 $\angle BDE = 90^\circ - \angle B$ 이므로 $\angle ADF = \angle BDE = 90^\circ - \angle B$ $\triangle FEC$ 에서 $\angle AFD = 90^\circ - \angle C$ 그런데 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle B = \angle C$ $\therefore \angle ADF = 90^\circ - \angle B = 90^\circ - \angle C = \angle AFD$ 따라서, $\triangle ADF$ 는 이등변삼각형이다.30. $\overline{AE} = \overline{AF}$ 인 이등변삼각형[해설] $\angle ABE = \angle DBE = x$ 라 하면 $\triangle ABF$ 에서 $\angle AFE = 90^\circ - x$ $\triangle EBD$ 에서 $\angle BED = 90^\circ - x = \angle AEF$ (맞꼭지각) $\triangle AEF$ 에서 $\angle EAF = 180^\circ - \{ (90^\circ - x) + (90^\circ - x) \}$ $= 180^\circ - (180^\circ - 2x) = 2x$ 따라서, $\triangle AEF$ 는 $\angle AFE = \angle AEF$ 이므로 $\overline{AE} = \overline{AF}$ 인 이등변삼각형이다.31. $\frac{1}{r}$ [해설] $\triangle ABC$ 의 넓이를 S라 하면

$$S = \frac{1}{2} ar + \frac{1}{2} br + \frac{1}{2} cr = \frac{1}{2} (a+b+c)r \text{ 에서}$$

$$a+b+c = \frac{2S}{r}$$

$$S = \frac{1}{2} ax = \frac{1}{2} by = \frac{1}{2} cz \text{ 이므로}$$

$$x = \frac{2S}{a}, y = \frac{2S}{b}, z = \frac{2S}{c} \text{ 이다.}$$

$$\therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{a}{2S} + \frac{b}{2S} + \frac{c}{2S}$$

$$= \frac{1}{2S} (a+b+c) = \frac{1}{2S} \cdot \frac{2S}{r} = \frac{1}{r}$$

32. 7 cm

[해설] 내접원 I의 반지름의 길이를 r 라 하면 $\triangle ABC$ 의

넓이는

$$\frac{1}{2} \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) \times r = \frac{1}{2} \times 30 \times r = 15r$$

그런데, $\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30$

$$15r = 30 \quad \therefore r = 2 \text{ cm}$$

$$\overline{BP} = \overline{BQ} = \overline{IP} = 2 \text{ cm} \quad \text{므} \quad \text{로}$$

$$\overline{AE} = \overline{AP} = 5 - 2 = 3(\text{cm})$$

마찬가지 방법으로 하면 $\overline{CF} = \overline{CR} = 5 - 2 = 3(\text{cm})$

$$\therefore \overline{EF} = \overline{AC} - (\overline{AE} + \overline{CF}) = 13 - (3 + 3) = 7(\text{cm})$$

33. 21 cm

[해설] $\triangle ABC = \triangle IAB + \triangle IBC + \triangle ICA$

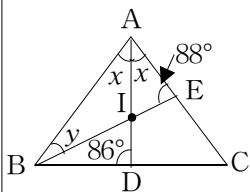
$$= \frac{1}{2} \overline{AB} + \frac{1}{2} \overline{BC} \cdot 4 + \frac{1}{2} \overline{CA} \cdot 4 = 2(\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA})$$

 $\triangle ABC$ 의 넓이가 42 cm^2 이므로

$$2(\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) = 42$$

$$\therefore \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 21(\text{cm})$$

34. ④

[해설] $\angle A = 2x$, $\angle B = 2y$ 라 하면

$$\triangle ABE \text{에서 } 2x + y + 88^\circ = 180^\circ \cdots \cdots \text{㉠}$$

$$\triangle ABD \text{에서 } x + 2y + 86^\circ = 180^\circ \cdots \cdots \text{㉡}$$

㉠, ㉡에서 $x = 30^\circ$, $y = 32^\circ$ $\triangle ABC$ 에서 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ 이므로

$$60^\circ + 64^\circ + \angle C = 180^\circ$$

$$\therefore \angle C = 56^\circ$$

35. (1) 이등변삼각형 (2) 64°

[해설] (1) 외심과 내심이 같은 선분 위에 있으므로

 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

$$(2) \angle C = \frac{180^\circ - 76^\circ}{2} = 52^\circ$$

그런데 점 I는 내각의 이등분선이므로

$$\angle ACI = \frac{1}{2} \angle C = \frac{1}{2} \times 52^\circ = 26^\circ$$

따라서,

 $\triangle CDE$ 에서

$$\angle DEC = 90^\circ - \angle ACI = 90^\circ - 26^\circ = 64^\circ$$